

文章编号: 1000-7598-(2005) 02-0332-05

极限分析有限元法讲座—— II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨

赵尚毅¹, 郑颖人¹, 张玉芳²

(1. 后勤工程学院 土木工程系, 重庆 400041; 2. 铁科院深圳铁科岩土工程公司, 广东 深圳 518034)

摘 要: 边坡失稳, 滑体滑出, 滑体由稳定静止状态变为运动状态, 同时产生很大的且无限发展的位移, 这就是边坡破坏的特征。有限元中通过强度折减使边坡达到极限破坏状态, 滑动面上的位移和塑性应变将产生突变, 且此位移和塑性应变的大小不再是一个定值, 有限元程序无法从有限元方程组中找到一个既能满足静力平衡又能满足应力-应变关系和强度准则的解, 此时, 不管是从力的收敛标准, 还是从位移的收敛标准来判断有限元计算都不收敛。塑性区从坡脚到坡顶贯通并不一定意味着边坡破坏, 塑性区贯通是破坏的必要条件, 但不是充分条件, 还要看是否产生很大的且无限发展的塑性变形和位移, 有限元计算中表现为塑性应变和位移产生突变。在突变前计算收敛, 突变之后计算不收敛, 表征滑面上土体无限流动, 因此可把有限元静力平衡方程组是否有解, 有限元计算是否收敛作为边坡破坏的依据。

关 键 词: 边坡稳定分析; 有限元强度折减法; 失稳判据

中图分类号: O 319.56

文献标识码: A

Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method

ZHAO Shang-yi¹, ZHENG Ying-ren¹, ZHANG Yu-fang²

(1 Department of Civil Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing 400041, China;

2 Shenzhen TieKe Geotechnical Engineering Co. Ltd., Shenzhen 518034, China)

Abstract: Slope collapse and the slide body come into moving state from stable static state simultaneously, and are accompanied by a dramatic increase in displacement of slide body. Furthermore, the displacement is not a definite value, but an infinite increase. This is the definition of overall collapse of a slope. In finite element model, the slope reaches instability with the strength reduction, value of the nodal displacement just after slope failure has a sudden change compared to the one before failure. This actually means that no stress distribution can be achieved to satisfy both the yield criterion and global equilibrium. Slope failure and numerical non-convergence take place at the same time. An element stress reaching the yield criterion state not always means that infinite “plastic flow” occurred. It is determined by boundary condition. The plastic zone developed from slope toe to top not means the overall collapse occurred. On the other hand, the distribution of plastic zone was influenced by many factors such as Poisson's ratio, flow rule, etc. So non-convergence in finite element program can be taken as a suitable evaluating criterion of slope failure. Through a series of case studies, the applicability of the proposed method was clearly exhibited.

Key words: slope stability analysis; strength reduction FEM; criterion of slope failure

1 引 言

随着计算机软硬件及非线性弹塑性有限元计算技术的发展, 采用理论体系更为严密的有限元法分析边坡的稳定性已经成为可能。边坡稳定分析的有限元强度折减法利用不断降低岩土体强度, 使边坡达到极限破坏状态, 从而直接求出滑动面位置与边坡强度储备安全系数, 使有限元法进入实用阶段。有限元强度折减法分析边坡稳定性的一个关键

问题是如何根据有限元计算结果来判别边坡是否达到极限破坏状态。目前的失稳判据主要有两类:

(1) 以有限元数值计算不收敛作为边坡失稳的标志^[1~4]。

(2) 以广义塑性应变或者等效塑性应变从坡脚到坡顶贯通作为边坡破坏的标志^[5~8]。

文献[6]认为, 数值计算不收敛作为边坡失稳破坏依据具有一定的人为任意性, 提出“采用塑性应变作为失稳评判指标, 根据塑性区的范围及其连通

状态确定潜在滑动面及其相应的安全系数, 以此评价边坡的稳定性”。笔者认为, 以有限元计算是否收敛作为边坡破坏的依据是合理的。塑性区从坡脚到坡顶贯通并不一定意味着破坏, 塑性区贯通是破坏的必要条件, 但不是充分条件, 还要看是否产生很大的且无限发展的塑性变形和位移。有限元计算中表现为塑性应变和位移产生突变。在突变前计算收敛, 突变之后, 计算不收敛, 表征滑面上土体无限流动。

2 边坡破坏的特征

图1为岩质边坡失稳后形成的直线滑动破坏形式, 图2为均质土坡失稳后形成的圆弧滑动破坏形式。可见边坡失稳, 滑体滑出, 滑体由稳定静止状态变为运动状态, 同时产生很大的位移和塑性应变, 且此位移和塑性应变不再是一个定值, 而是处于无限塑性流动状态, 这就是边坡破坏的特征。

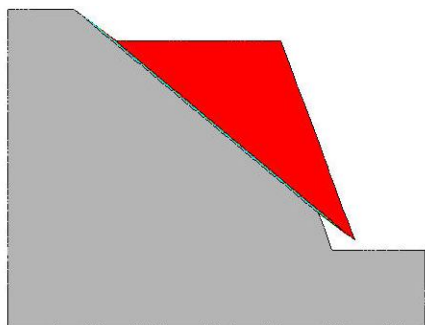


图1 岩质边坡失稳后形成的直线滑动

Fig. 1 The failure phenomenon of plane sliding rock slope

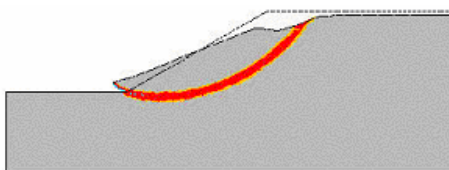


图2 均质土坡失稳后形成的圆弧滑动破坏

Fig. 2 The failure phenomenon of soil slope

3 边坡失稳在有限元计算中的表现

有限元的计算迭代过程就是寻找外力和内力达到平衡状态的过程, 整个迭代过程直到一个合适的收敛标准得到满足才停止。

图3为理想弹塑性有限元模型中边坡滑面节点水平位移(坡顶 UX1、坡中 UX2、坡脚 UX3)随着重力荷载的逐步增加而逐渐增大的曲线走势图。可见, 随着荷载的逐渐增加, 当达到极限破坏状态后, 节点的水平位移同步产生突变, 而且, 如果有限元程序继续迭代下去, 该节点的水平位移和塑性应变

还将继续无限发展下去, 程序无法从有限元方程组中找到一个既能满足静力平衡又能满足应力-应变关系和强度准则的解, 此时, 不管是从力的收敛标准, 还是从位移的收敛标准来判断有限元计算都不收敛。

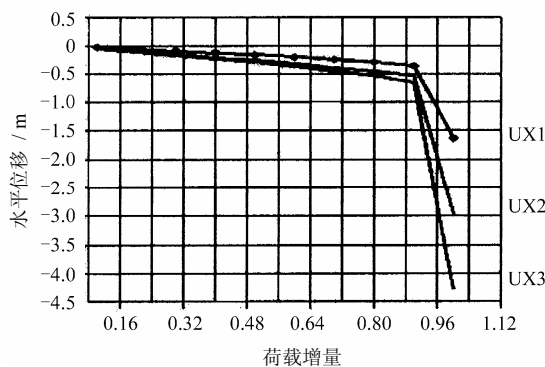


图3 滑面上节点水平位移 X 随荷载的增加而发生突变

Fig. 3 Sudden changes of displacements of X by load step

图4为非稳定边坡有限元计算迭代计算过程中力和位移的收敛曲线走势图。可见, 随着迭代次数的增加, 位移的收敛曲线是逐渐向上发展的, 位移收敛曲线逐渐远离位移收敛标准线, 位移随着迭代次数的增加而越来越大, 不管怎么迭代有限元计算都不收敛。

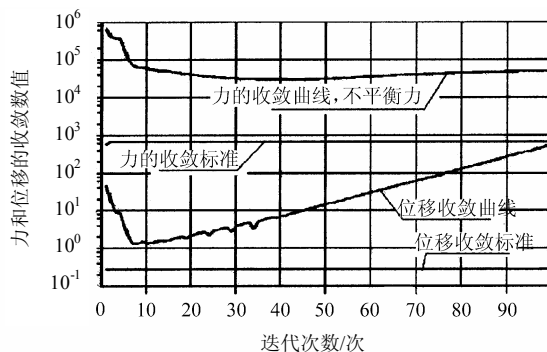


图4 非稳定边坡迭代过程中力和位移的收敛曲线走势图

Fig. 4 Graphical solution tracking of iterative process

图5为稳定边坡有限元迭代计算过程中力和位移的收敛曲线走势图, 从图可以看出, 当边坡稳定时, 力和位移的收敛曲线是逐渐向下发展的, 其量值随着迭代次数的增加而逐渐减小, 最后达到收敛。

4 关于塑性与破坏

对于一个理想弹塑性单元来说, 当其应力达到屈服状态后, 如果周围没有约束, 其塑性应变大小就无限制。但是, 对于边坡整体而言, 如果该单元体周围的物体还处于弹性阶段或者有其它边界约束条件, 它将限制这个单元的塑性应变的发展, 使

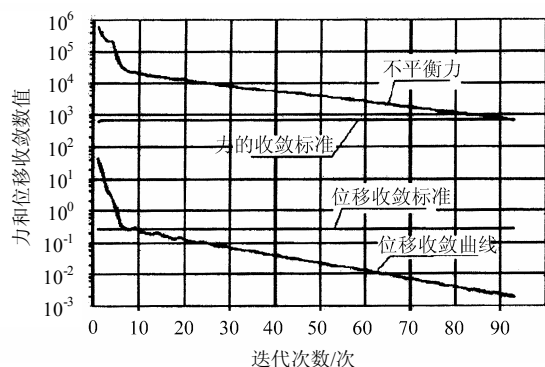


图5 稳定边坡迭代过程中力和位移的收敛曲线走势图
Fig. 5 Graphical solution tracking of iterative process

它不能任意增长,此时单元处于一种塑性极限平衡状态。单元进入塑性并不一定意味着就要产生无限的塑性流动,只有滑面上所有点的应变都超过某一值后才会发生滑动。

图6中倾角为 30° 的直线软弱结构面由低强度平面单元构成,粘聚力 c 为700 Pa,内摩擦角为 30° ,泊松比为0.2。采用ANSYS程序的外接圆DP屈服准则按照平面应变计算,结果表明有限元计算是收敛的,系统处于稳定状态,但从塑性分布看,塑性区是贯通的。

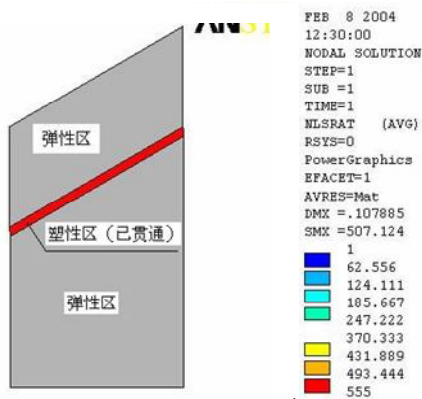


图6 稳定边坡的塑性区分布
Fig. 6 The distribution of plastic zone of stable slope

研究表明,泊松比 ν 对边坡的塑性区分布范围有影响, ν 的取值越小,边坡的塑性区范围越大。图7~9为泊松比 ν 分别取0, 0.3, 0.499时的塑性区分布范围(图中有色部分为塑性区)。该边坡的计算参数为:坡高20 m,坡角 45° , $\gamma=25 \text{ kN/m}^3$, $c=42 \text{ kPa}$, $\phi=17^\circ$ 。当强度折减系数 $\omega=1.34$ (对应于外接圆DP屈服准则)时,有限元计算收敛;当 $\omega=1.35$ 时,有限元计算不收敛。

由图7可见,当 $\omega=1.34$, $\nu=0$ 时,边坡的绝大部分单元都处于塑性极限平衡状态,显然,此时

边坡的塑性区已经贯通,但是边坡处于稳定状态,有限元计算是收敛的。

计算表明, ν 的取值对安全系数计算结果的影响不明显, $\nu=0.1$ 和 $\nu=0.49$ 计算得到的安全系数是一样的。这也说明了采用区塑性区分布从坡脚到坡顶是否贯通作为边坡破坏的依据是不妥的。



图7 $\nu=0$ 时的塑性区分布
Fig. 7 Distribution of plastic zone with Poisson's ratio $\nu=0$



图8 $\nu=0.3$ 时的塑性区分布
Fig. 8 Distribution of plastic zone with Poisson's ratio $\nu=0.3$



图9 $\nu=0.49$ 时的塑性区分布
Fig. 9 Distribution of plastic zone with Poisson's ratio $\nu=0.49$

在隧道等地下工程的弹塑性有限元计算中,经常见到大片的塑性区,但这些进入塑性的单元并没有产生无限制的塑性流动,而是处于塑性极限平衡状态。

可见塑性区贯通并不一定意味着破坏,塑性区贯通是破坏的必要条件,但不是充分条件,还要看是否产生很大的且无限发展的塑性变形和位移,有限元计算中表现为塑性应变和位移产生突变,在突变前计算收敛,突变之后计算不收敛,表征滑面上土体无限流动,因此可把有限元静力平衡方程组是否有解,有限元计算是否收敛作为边坡破坏的依据。

一些文献认为,有限元中引起计算不收敛的因素很多,以数值计算不收敛作为边坡失稳破坏依据

具有一定的人为任意性。关于这个问题笔者认为, 进行有限元计算首先要保证模型的建立要正确, 如果模型建得不对或采用的有限元程序本身有缺陷, 由此而引起有限元数值计算不收敛, 在此条件下的计算结果本身就不可靠, 以此为基础的计算结果不管用什么方法来评价边坡的稳定性都是无效的。

关于“计算迭代次数以及力和位移的收敛标准值的设定具有人为性”问题, 笔者认为迭代次数、力和位移的收敛标准值以及单元网格划分密度等属于计算精度问题。只要设定一个合适的值是能够保证计算精度的。比如, 对于一般的均质土坡平面应变问题, 在ANSYS程序中将迭代次数设定为1 000次, 将力和位移的收敛系数设定为0.000 01完全可以保证足够的计算精度。当然, 也可以将迭代次数设定得更高, 比如5 000次, 但是, 这样得到的计算精度与1 000次相同, 故既没有必要, 又浪费时间。

当然, 如果设定的迭代次数太少, 比如只有10次或者将力和位移的收敛标准值设得很大, 这样得到的计算结果显然也不可靠。

综上所述, 只要保证有限元模型正确, 程序可靠, 计算参数设置合理, 均质土坡理想弹塑性有限元静力计算是否收敛与边坡是否失稳存在着——对应的关系。

5 有限元算例验证

某一均质土坡, 坡高 $H = 20$ m, 粘聚力 $c = 42$ kPa, 土的重度 $\gamma = 20$ kN/m³, 内摩擦角 $\varphi = 17^\circ$, 求坡角 $\beta = 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ$ 时边坡的稳定安全系数以及对应的滑动面。

5.1 有限元模型建立

如图10示, 按照平面应变建立模型, 边界条件为左右两侧水平约束, 下部固定, 上部为自由边界, 采用非关联流动法则。

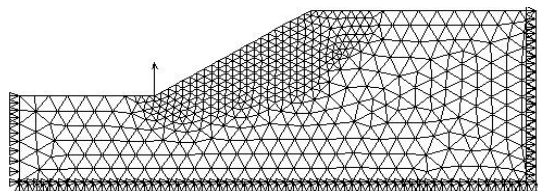


图10 有限元单元网格划分
Fig. 10 FEM mesh

5.2 ANSYS计算过程中的参数设置

为了和传统方法作比较, 在ANSYS程序的DP准则中强度折减安全系数的计算统一采用 c/ω , $\tan(\varphi)/\omega$ 的折减形式, 采用非关联流动法则进行计

算, 力和位移的收敛标准系数均取为0.000 01, 最大迭代次数为1 000次。一次性施加重力荷载, 即荷载增量步设置为1步。有限元求解器选用ANSYS程序提供的稀疏矩阵求解器 (Sparse Matrix Direct Solver), 选用全牛顿-拉普森迭代方法 (Full Newton-Raphson)。

5.3 安全系数计算结果

表1为各屈服准则采用非关联流动法则 (膨胀角 $\psi = 0$) 时的安全系数计算结果, 传统极限平衡条分法安全系数计算采用的软件为加拿大的边坡稳定分析程序SLOPE/W。

表中, DP1为外接圆DP准则, DP2为摩尔-库仑等面积圆DP准则, DP3为平面应变条件下的摩尔-库仑匹配DP准则, S指Spencer法。

表1 用不同方法求得的稳定安全系数
Table 1 Safety factors by different methods

方法	不同坡角($^\circ$)下稳定安全系数				
	30	35	40	45	50
FEM(DP1)	1.91	1.74	1.62	1.50	1.41
FEM(DP2)	1.64	1.49	1.38	1.27	1.19
FEM(DP3)	1.56	1.42	1.31	1.21	1.12
Spencer法	1.55	1.41	1.30	1.20	1.12
(DP1-S)/S	0.23	0.23	0.25	0.25	0.26
(DP2-S)/S	0.05	0.06	0.06	0.06	0.06
(DP3-S)/S	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00

从表1可以看出, 采用平面应变条件下的摩尔-库仑匹配DP准则 (DP3) 求得的安全系数与传统Spencer法求得的安全系数非常接近, 误差在1%左右, 而采用摩尔-库仑等面积圆DP准则 (DP2) 的计算结果比Spencer法计算的结果大约6%。外接圆DP准则条件下的安全系数比传统的极限平衡方法大约25%。

6 结论

(1) 边坡失去稳定, 滑体滑出, 滑体由稳定静止状态变为运动状态, 同时产生很大的位移和塑性应变, 且此位移和塑性应变不再是一个定值, 而是处于无限塑性流动状态, 这是边坡破坏的特征。

(2) 通过有限元强度折减, 使边坡达到破坏状态时, 滑动面上的位移将产生突变, 产生很大的且无限制的塑性流动, 有限元程序无法从有限元方程组中找到一个既能满足静力平衡, 又能满足应力-应变关系和强度准则的解, 此时, 不管是从力的收敛标准, 还是从位移的收敛标准来判断, 有限元计算都不收敛。因此, 可以将滑面上节点的塑性应变或者位移出现突变作为边坡整体失稳的标志, 以

有限元静力平衡方程组是否有解、有限元计算是否收敛作为边坡失稳的判据。

(3) 边坡塑性区从坡角到坡顶贯通并不一定意味着边坡整体破坏, 塑性区贯通是破坏的必要条件, 但不是充分条件, 还要看塑性应变是否具备继续发展的边界条件, 就像水池中的水, 由于水没有抗剪强度, 但由于池壁的约束, 水仍然不会流动, 而是处于极限平衡状态。

参考文献

- [1] Griffiths D V, lane P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(3): 387—403.
- [2] Dawson E M, Roth W H, Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(6): 835—840.
- [3] 赵尚毅, 郑颖人, 时卫民, 等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 343—346.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, SHI Wei-ming. Slope safety factor analysis by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(3): 343—346.
- [4] 赵尚毅, 郑颖人, 邓卫东. 用有限元强度折减法进行节理岩质边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 254—260.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, DENG Wei-dong. Jointed rock slope stability analysis by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(2): 254—260.
- [5] 连镇营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 406—411.
LIAN Zhen-ying, HAN Guo-cheng, KONG Xian-jing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(4): 406—411.
- [6] 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(3): 1—8.
LUAN Mao-tian, WU Yan-jun, NIAN Ting-kai. A criterion for evaluating slope stability based on development of plastic zone by shear strength reduction FEM[J]. **Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering**, 2003, 23(3): 1—8.
- [7] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 323—328.
ZHENG Hong, LI Chun-guang, LI Zuo-fen, et al. Finite element method for solving the factor of safety[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(5): 323—328.
- [8] 周翠英, 刘祚秋, 董立国, 等. 边坡变形破坏过程的大变形有限元分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 644—652.
ZHOU Cui-ying, LIU Zuo-qiu, DONG Li-guo, et al. Large deformation FEM analysis of slopes failure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(4): 644—652.
- [9] 肖宏彬, 钟辉虹, 张亦静, 等. 单桩荷载-沉降关系的数值模拟方法[J]. 岩土力学, 2002, 23(5): 592—596.
XIAO Hong-bin, ZHONG Hui-hong, ZHANG Yi-jing, et al. Numerical iteration method for determining load-settlement relationship of a single pile[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(5): 592—596.
- [10] 曾友金, 章为民. 用有限单元法分析超长单桩的荷载传递[J]. 岩土力学, 2002, 23(6): 803—806.
ZENG You-jin, ZHANG Wei-min. Analysis of load-transfer of super-long single pile with finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(6): 803—806.
- [11] 陈开旭, 安关峰, 鲁亮. 采用有厚度接触单元对桩基沉降的研究[J]. 岩土力学, 2000, 21(1): 92—96.
CHEN Kai-xu, AN Guan-feng, LU Liang. Research on the pile settlement considering thin interface[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(1): 92—96.
- [12] Desai C S, Lightner J G, Siriwardane H J, et al. Thin-layer element for interfaces and joints[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1984, 8(1): 19—43.
- [13] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算(第二版)[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.
- [14] 殷宗泽, 朱泓, 许国华. 土与结构材料接触面的变形及其数学模拟[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(3): 14—22.
YIN Zong-ze, ZHU Hong, XU Guo-hua. Numerical simulation of the deformation in the interface between soil and structural material[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1994, 16(3): 14—22.
- [15] JGJ 94—94, 建筑桩基技术规范[S].

上接第 331 页

参考文献

- [1] 韦华. 超长桩受力特性的探讨[J]. 电力勘测, 1996, (2): 1—6.
- [2] 张忠苗, 辛公锋. 软土地基超长桩受力性状分析[J]. 工程勘察, 2003, (3): 10—13.
- [3] 阳吉宝. 超长桩承载机理分析与有效桩长确定[J]. 力学与实践, 1995, 17(5): 17—18.
- [4] 池跃君, 顾晓鲁, 周四思, 等. 大直径超长灌注桩承载性状的试验研究[J]. 工业建筑, 2000, 30(8): 26—29.
CHI Yue-jun, GU Xiao-lu, ZHOU Si-si, et al. Experimental research on bearing behavior of large diameter and super-long bored piles[J]. **Industrial Construction**, 2000, 30(8): 26—29.
- [5] 朱向荣, 方鹏飞, 黄洪勉. 深厚软基超长桩工程性状试验研究[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(1): 76—79.
ZHU Xiang-rong, FANG Peng-fei, HUANG Hong-mian. Research on super-long pile in soft clay[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(1): 76—79.
- [6] 蒋建平, 高广运, 汪明武. 大直径超长桩有效桩长的数值模拟[J]. 建筑科学, 2003, 19(3): 27—29.
JIANG Jian-ping, GAO Guang-yun, WANG Ming-wu. FEM numerical simulation on effective length of large diameter and super-long pile[J]. **Buliding Science**, 2003, 19(3): 27—29.
- [7] 郑俊杰, 彭小荣. 桩土共同作用设计理论研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 242—245.
ZHENG Jun-jie, PENG Xiao-rong. Study on design theory of pile-soil cooperative work[J]. **Rock and Soil**